

Всероссийская олимпиада школьников по астрономии
Муниципальный этап, теоретический тур
2021/2022 учебный год
7 класс

Решения задач и критерии их оценивания

№ 1. «Звезды, созвездия и календарные сезоны»

Условие. Вашему вниманию представлены 8 ярких звезд, которые можно наблюдать на небе с территории Самарской области в течение года: Сириус (α Большого Пса), Арктур (α Волопаса), Вега (α Лиры), Капелла (α Возничего), Спика (α Девы), Альферац (α Андромеды), Маркаб (α Пегаса), Альтаир (α Орла). Распределите эти звезды по календарным сезонам, в которые эти звезды лучше всего видны (т.е. видны на протяжении всего или большей части темного времени суток и находятся выше всего над горизонтом вблизи полуночи).

Календарные сезоны			
Зима	Весна	Лето	Осень

Решение. 1. В условии задачи указаны созвездия, которым принадлежат данные звезды. Следовательно для ответа на поставленный вопрос необходимо лишь вспомнить *в какое время года условия наблюдений этих созвездий является оптимальными*. Распределение созвездий по календарным сезонам, когда их условия наблюдений являются оптимальными с территории Самарской области представляется следующим образом:

Календарные сезоны			
Зима	Весна	Лето	Осень
Большой Пес, Возничий	Волопас, Дева	Лира, Орел	Андромеда, Пегас

2. Следовательно, распределение данных звезд по календарным сезонам, в которые эти звезды лучше всего видны, представляется так:

Календарные сезоны			
Зима	Весна	Лето	Осень
Сириус, Капелла	Арктур, Спика	Вега, Альтаир	Альферац, Маркаб

Таблица 1: к определению распределения звезд по календарным сезонам, в которые эти звезды лучше всего видны.

Ответ: к задаче представлен распределением в виде табл. 1.

Рекомендации для жюри.

Выполненная часть решения задачи	Балл
Правильное указание соответствия звезды календарному сезону	1(8)

№ 2. «Спутники классических планет и их последовательность»

Условие. Расположите номера представленных ниже спутников классических планет в порядке увеличения масс их материнских планет. Спутники, расположенные в окрестности одной и той же планеты, сгруппируйте в круглые скобки.

Спутники классических планет			
1. Деймос	2. Каллисто	3. Тритон	4. Рея
5. Луна	6. Ио	7. Титан	8. Миранда

Решение. Прежде всего, необходимо определить для каждого спутника свою материнскую планету. Это можно сделать с использованием справочных данных. В результате получаем:

1. Деймос → Марс	2. Каллисто → Юпитер
3. Тритон → Нептун	4. Рея → Сатурн
5. Луна → Земля	6. Ио → Юпитер
7. Титан → Сатурн	8. Миранда → Уран

Указанные классические планеты, расположенные в порядке увеличения их масс (согласно справочным данным), представляются следующей последовательностью:

Марс → Земля → Уран → Нептун → Сатурн → Юпитер.

Следовательно, искомая последовательность номеров спутников представляется так:

$$1 \rightarrow 5 \rightarrow 8 \rightarrow 3 \rightarrow (4, 7) \rightarrow (2, 6). \quad (1)$$

Ответ: к задаче представляется последовательностью (1).

Рекомендации для жюри.

Выполненная часть решения задачи	Балл
За каждую правильно определенную позицию спутника в последовательности	1(8)

№ 3. «Плотные и не очень объекты Вселенной»

Условие. Расположите в порядке увеличения средней массовой плотности номера следующих объектов:

Объект	Масса	Радиус	Объект	Масса, $\mathfrak{M}_{\odot}$	Радиус
1. Сириус Б (белый карлик)	$0.978 \mathfrak{M}_{\odot}$	5842 км	2. Гранатовая звезда Гершеля	$25 \mathfrak{M}_{\odot}$	$1200 \mathfrak{R}_{\odot}$
3. Земля	$5.97 \cdot 10^{24}$ кг	6371 км	4. PSR J0348+0432 (нейтронная звезда)	$2.01 \mathfrak{M}_{\odot}$	13 км

здесь $\mathfrak{M}_{\odot}$, $\mathfrak{R}_{\odot}$ – масса и радиус Солнца соответственно. Свой ответ обоснуйте численными расчетами плотности. Следует полагать, что все указанные небесные тела имеют форму шара, объем которого определяется по формуле:

$$V = \frac{4}{3} \pi \mathfrak{R}^3, \quad (2)$$

здесь $\mathfrak{R}$ – радиус небесного тела.

Решение. Согласно определению, *средней массовой плотностью* (ρ) называется скалярная физическая величина, равная отношению массы ($\mathfrak{M}$) данного тела к его объему (V):

$$\rho = \frac{\mathfrak{M}}{V}. \quad (3)$$

Все небесные тела, представленные в условии задачи, являются массивными и, согласно условию задачи, имеют форму шара, объем которого определяется по формуле (2). В результате среднюю массовую плотность можно записать так

$$\rho = \frac{3}{4\pi} \frac{\mathfrak{M}}{\mathfrak{R}^3}. \quad (4)$$

С использованием последнего результата вычислим среднюю массовую плотность данных тел:

1. Сириус Б (белый карлик):

$$\rho_1 = \frac{3}{4\pi} \frac{\mathfrak{M}_1}{\mathfrak{R}_1^3} = \frac{3}{4\pi} \frac{0.978 \cdot (1.989 \cdot 10^{30} \text{ кг})}{(5.842 \cdot 10^6 \text{ м})^3} = 2.33 \cdot 10^9 \text{ кг/м}^3. \quad (5)$$

2. Гранатовая звезда Гершеля:

$$\rho_2 = \frac{3}{4\pi} \frac{\mathfrak{M}_2}{\mathfrak{R}_2^3} = \frac{3}{4\pi} \frac{25 \cdot (1.989 \cdot 10^{30} \text{ кг})}{(1200 \cdot (6.955 \cdot 10^8 \text{ м}))^3} = 2.04 \cdot 10^{-5} \text{ кг/м}^3. \quad (6)$$

3. Земля:

$$\rho_3 = \frac{3}{4\pi} \frac{\mathfrak{M}_3}{\mathfrak{R}_3^3} = \frac{3}{4\pi} \frac{5.97 \cdot 10^{24} \text{ кг}}{(6.371 \cdot 10^6 \text{ м})^3} = 5.51 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3. \quad (7)$$

4. PSR J0348+0432 (нейтронная звезда):

$$\rho_4 = \frac{3}{4\pi} \frac{\mathfrak{M}_4}{\mathfrak{R}_4^3} = \frac{3}{4\pi} \frac{2.01 \cdot (1.989 \cdot 10^{30} \text{ кг})}{(1.3 \cdot 10^4 \text{ м})^3} = 4.34 \cdot 10^{17} \text{ кг/м}^3. \quad (8)$$

Из сопоставления результатов (5)-(8) вытекает следующая последовательность:

$$2 \rightarrow 3 \rightarrow 1 \rightarrow 4. \quad (9)$$

Ответ: к задаче представляется последовательностью (9).

Рекомендации для жюри.

Выполненная часть решения задачи	Балл
Расчет средней массовой плотности небесного объекта	1(4)
Определение позиции объекта в последовательности	1(4)

№ 4. «Угловая площадь одной звезды, созвездия...»

Условие. Как известно, масштабы различных областей небосвода принято характеризовать *угловой площадью* или *телесным углом*, измеряемыми в квадратных градусах. Угловая площадь всей сферы небосвода составляет 41253 квадратных градуса. На всем небосводе насчитывается 6000 звезд, видимых невооруженным глазом, в 88 созвездиях. Определите, какая угловая площадь небосвода, в среднем, приходится а) на одну звезду, видимую невооруженным глазом, б) на одно созвездие? Какое среднее количество таких звезд приходится на одно созвездие? Оцените по этим данным количество звезд, видимых невооруженным глазом с территории Самарской области, если количество созвездий, видимых с ее территории, равно 64.

Решение. Согласно условию задачи, угловая площадь всей сферы небосвода составляет $\Omega_{\text{tot}} = 41253$ кв. град. При этом на всем небосводе насчитывается $N_* = 6000$ звезд, видимых невооруженным глазом. Следовательно,

а) угловая площадь небосвода, приходящаяся в среднем на одну звезду, видимую невооруженным глазом, есть

$$\Omega_* = \frac{\Omega_{\text{tot}}}{N_*} = 6.88 \text{ кв. град/звезда}. \quad (10)$$

Учитывая, что на всем небосводе существуют $N_{\text{con}} = 88$ созвездий, определим

б) угловую площадь небосвода, приходящуюся в среднем на одно созвездие:

$$\Omega_{\text{con}} = \frac{\Omega_{\text{tot}}}{N_{\text{con}}} = 469 \text{ кв. град/созвездие}. \quad (11)$$

Среднее количество таких звезд, приходящихся на одно созвездие небосвода, есть

$$n_* = \frac{N_*}{N_{\text{con}}} = 68 \text{ звезд/созвездие}. \quad (12)$$

Следовательно, искомое количество звезд, видимых невооруженным глазом с территории Самарской области, есть

$$N_*^{(\text{vis})} = n_* \cdot N_{\text{con}}^{(\text{vis})} = 4352 \text{ звезды}, \quad (13)$$

где $N_{\text{con}}^{(\text{vis})} = 64$.

Ответ: к задаче представляется значениями (10)-(13).

Рекомендации для жюри.

Выполненная часть решения задачи	Балл
Расчет угловой площади небосвода, приходящейся в среднем на одну звезду, видимую невооруженным глазом	2
Вычисление угловой площади небосвода, приходящейся в среднем на одно созвездие	2
Определение количества звезд, видимых невооруженным глазом, приходящихся на одно созвездие	2
Оценка количества звезд, видимых невооруженным глазом с территории Самарской области	2

На решение задач муниципального этапа олимпиады по астрономии школьникам отводится 3 часа.

Основные справочные данные

§1. Основные физические и астрономические постоянные

- Гравитационная постоянная – $G = 6.674 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^{-2}$
- Скорость света в вакууме – $c = 2.998 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
- Универсальная газовая постоянная – $R = 8.31 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{К}^{-1} \cdot \text{моль}^{-1}$
- Постоянная Стефана-Больцмана – $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ кг} \cdot \text{с}^{-3} \cdot \text{К}^{-4}$
- Масса протона – $m_p = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
- Масса электрона – $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$
- Астрономическая единица – $1 \text{ а.е.} = 1.496 \cdot 10^{11} \text{ м}$
- Парсек – $1 \text{ пк} = 206265 \text{ а.е.} = 3.086 \cdot 10^{16} \text{ м}$
- Постоянная Хаббла – $H = 72 \text{ км} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{Мпк}^{-1}$

§2. Данные о Солнце

- Радиус – $6.955 \cdot 10^5 \text{ км}$
- Масса – $1.989 \cdot 10^{30} \text{ кг}$
- Светимость – $3.827 \cdot 10^{26} \text{ Вт}$
- Спектральный класс – G2
- Видимая звездная величина – -26.74^m
- Абсолютная болометрическая звездная величина – $+4.83^m$
- Показатель цвета (B-V) – $+0.67^m$
- Эффективная температура – 5778 К
- Средний горизонтальный параллакс – $8.794''$
- Интегральный поток энергии на расстоянии Земли – 1360 Вт/м^2
- Поток энергии в видимых лучах на расстоянии Земли – 600 Вт/м^2

§3. Данные о Земле

- Эксцентриситет орбиты – 0.017
- Тропический год – 365.24219 сут
- Средняя орбитальная скорость – 29.8 км/с
- Период вращения – $23 \text{ часа } 56 \text{ минут } 04 \text{ секунды}$
- Наклон экватора к эклиптике на эпоху 2000.0 – $23^\circ 26' 21.45''$
- Экваториальный радиус – 6378.14 км
- Полярный радиус – 6356.77 км
- Масса – $5.974 \cdot 10^{24} \text{ кг}$
- Средняя плотность – $5.52 \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$
- Объемный состав атмосферы – N_2 (78%), O_2 (21%), Ar ($\sim 1\%$)

§4. Данные о Луне

- Среднее расстояние от Земли – 384400 км
- Минимальное расстояние от Земли – 356410 км
- Максимальное расстояние от Земли – 406700 км
- Эксцентриситет орбиты – 0.055
- Наклон плоскости орбиты к эклиптике – $5^\circ 09'$
- Сидерический (звездный) период обращения – 27.321662 сут
- Синодический период обращения – 29.530589 сут

- Радиус – 1738 км
- Масса – $7.348 \cdot 10^{22}$ кг или 1/81.3 массы Земли
- Средняя плотность – $3.34 \text{ г}\cdot\text{см}^{-3}$
- Визуальное геометрическое альbedo – 0.12
- Видимая звездная величина в полнолуние – -12.7^m

§5. Физические характеристики Солнца и планет

Планета	Масса		Радиус		Плотность	Период вращения вокруг оси	Наклон экватора к плоскости орбиты	Геометрич. альbedo	Вид. звездная величина*
	кг	массы Земли	км	радиусы Земли					
Солнце	$1.989 \cdot 10^{30}$	332946	695500	108.97	1.41	25.380 сут	7.25	–	-26.8^m
Меркурий	$3.302 \cdot 10^{23}$	0.05271	2439.7	0.3825	5.42	58.646 сут	0.00	0.10	-0.1
Венера	$4.869 \cdot 10^{24}$	0.81476	6051.8	0.9488	5.20	243.019 сут [†]	177.36	0.65	-4.4^m
Земля	$5.974 \cdot 10^{24}$	1.00000	6378.1	1.0000	5.52	23.934 час	23.45	0.37	–
Марс	$6.419 \cdot 10^{23}$	0.10745	3397.2	0.5326	3.93	24.623 час	25.19	0.15	-2.0^m
Юпитер	$1.899 \cdot 10^{27}$	317.94	71492	11.209	1.33	9.924 час	3.13	0.52	-2.7^m
Сатурн	$5.685 \cdot 10^{26}$	95.181	60268	9.4494	0.69	10.656 час	25.33	0.47	0.4^m
Уран	$8.683 \cdot 10^{25}$	14.535	25559	4.0073	1.32	17.24 час [†]	97.86	0.51	5.7^m
Нептун	$1.024 \cdot 10^{26}$	17.135	24746	3.8799	1.64	16.11 час	28.31	0.41	7.8^m

* для наибольшей элонгации Меркурия и Венеры и среднего противостояния внешних планет;

† – обратное вращение.

§6. Характеристики орбит планет

Планета	Большая полуось		Эксцентриситет	Наклон к плоскости эклиптики	Период обращения	Синодический период
	млн. км	а.е.				
Меркурий	57.9	0.3871	0.2056	7.004	87.97 сут	115.9
Венера	108.2	0.7233	0.0068	3.394	224.70 сут	583.9
Земля	149.6	1.0000	0.0167	0.000	365.26 сут	–
Марс	227.9	1.5237	0.0934	1.850	686.98 сут	780.0
Юпитер	778.3	5.2028	0.0483	1.308	11.862 лет	398.9
Сатурн	1429.4	9.5388	0.0560	2.488	29.458 лет	378.1
Уран	2871.0	19.1914	0.0461	0.774	84.01 лет	369.7
Нептун	4504.3	30.0611	0.0097	1.774	164.79 лет	367.5

§7. Характеристики некоторых спутников планет

Спутник	Масса	Радиус	Плотность	Радиус орбиты	Период обращения	Геометрич. альбедо	Вид. звездная величина*
	кг	км	г·см ⁻³	км	сут		
Земля							
Луна	$7.348 \cdot 10^{22}$	1738	3.34	384400	27.32166	0.12	-12.7
Марс							
Фобос	$1.08 \cdot 10^{16}$	~ 10	2.0	9380	0.31910	0.06	11.3
Деймос	$1.8 \cdot 10^{15}$	~ 6	1.7	23460	1.26244	0.07	12.4
Юпитер							
Ио	$8.94 \cdot 10^{22}$	1815	3.55	421800	1.769138	0.61	5.0
Европа	$4.8 \cdot 10^{22}$	1569	3.01	671100	3.551181	0.64	5.3
Ганимед	$1.48 \cdot 10^{23}$	2631	1.94	1070400	7.154553	0.42	4.6
Каллисто	$1.08 \cdot 10^{23}$	2400	1.86	1882800	16.68902	0.20	5.7
Сатурн							
Тефия	$7.55 \cdot 10^{20}$	530	1.21	294660	1.887802	0.9	10.2
Диона	$1.05 \cdot 10^{21}$	560	1.43	377400	2.736915	0.7	10.4
Рея	$2.49 \cdot 10^{21}$	765	1.33	527040	4.517500	0.7	9.7
Титан	$1.35 \cdot 10^{23}$	2575	1.88	1221850	15.94542	0.21	8.2
Япет	$1.88 \cdot 10^{21}$	730	1.21	3560800	79.33018	0.20	~ 11.0
Уран							
Миранда	$6.33 \cdot 10^{19}$	235.8	1.15	129900	1.413479	0.27	16.3
Ариэль	$1.7 \cdot 10^{21}$	578.9	1.56	190900	2.520379	0.34	14.2
Умбриэль	$1.27 \cdot 10^{21}$	584.7	1.52	266000	4.144177	0.18	14.8
Титания	$3.49 \cdot 10^{21}$	788.9	1.70	436300	8.705872	0.27	13.7
Оберон	$3.03 \cdot 10^{21}$	761.4	1.64	583500	13.46324	0.24	13.9
Нептун							
Тритон	$2.14 \cdot 10^{22}$	1350	2.07	354800	5.87685 [†]	0.7	13.5

* – для полнолуния или среднего противостояния внешних планет;

† – обратное вращение.

§8. Формулы приближенного вычисления

$$\sin x \approx \operatorname{tg} x \approx x;$$

$$\sin(x \pm \alpha) \approx \sin \alpha \pm x \cos \alpha;$$

$$\cos(x \pm \alpha) \approx \cos \alpha \mp x \sin \alpha;$$

$$\operatorname{tg}(x \pm \alpha) \approx \operatorname{tg} \alpha \pm \frac{x}{\cos^2 \alpha};$$

$$(1 + x)^n \approx 1 + nx;$$

здесь $x \ll 1$, все углы выражаются в радианах.